

Автономная некоммерческая организация
высшего образования
«ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ»
(АНО ВО «ИЭУ»)

Кафедра «Гуманитарные, социально-экономические и естественно-
математические дисциплины»

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
Протокол № 15/01
от «15» января 2024 г.
Ректор АНО ВО «ИЭУ»

_____ В.Д. Бушуев
«15» января 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Трудоемкость
6 зачетных единиц (216 часов)

Направление подготовки
38.03.01 Экономика

Профиль
Экономика предприятий и организаций

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очно-заочная, заочная

Тула 2024

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика».

Дисциплина Б1.О.11 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательным дисциплинам.

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры
«Гуманитарные, социально-экономические и естественно-математические дисциплины»
«15» января 2024 г., протокол № 15/01

1. Цели освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»: формирование у студентов знаний и навыков в рамках разных видов профессиональной деятельности посредством освоения основных вероятностных и математико-статистических методов, позволяющих моделировать, анализировать и решать экономические задачи.

В ходе изучения дисциплины ставятся следующие задачи:

освоение основ вероятностных и математико-статистических методов исследования и решения математически формализованных задач;

выработка умения моделировать реальные экономические процессы;

развитие логического и алгоритмического мышления;

повышение уровня математической культуры студентов.

Содержание программы дисциплины и методика его преподавания базируются на положениях ФГОС ВО.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является обязательной для изучения.

Студентам для освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» требуются знания по дисциплине «Математический анализ».

Знания по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» необходимы для изучения следующих дисциплин: «Логистика», «Финансовая математика», «Методы оптимальных решений», «Методы моделирования и прогнозирования в экономике».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В соответствии с требованиями основной образовательной программы подготовки бакалавра по направлению 38.03.01 «Экономика» в результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» у студентов должны сформироваться следующие **универсальные компетенции**

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

общепрофессиональные компетенции:

Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач (ОПК-2)

В результате изучения дисциплины студенты должны:

знать основные понятия теории вероятностей и математической статистики, используемые в экономических исследованиях;

уметь применять основные вероятностные и математико-статистические методы решения задач, предусмотренные программой.

владеть навыками применения совокупности методов, позволяющих придать конкретное количественное выражение общим экономическим закономерностям.

4. Структура и содержание дисциплины

Содержанием дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрены контактная работа с преподавателем и самостоятельная работа обучающихся.

Объем и виды учебной работы представлены в тематическом плане.

Вид учебной работы	Очно-заочно	Заочно
Общая трудоемкость	216	216
В том числе:		
Аудиторные занятия (всего)	44	20
В том числе:		
Лекции	14	6
Практические занятия	30	10
Контроль самостоятельной работы		
Самостоятельная работа	145	91
Вид промежуточной аттестации - экзамен	27	9

4.1. Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Название разделов и тем, форма контроля	Очно-заочная форма обучения				Заочная форма обучения				Коды формируемых компетенций
		Всего (часов)	контактн. работа		Самостоятельная работа студентов	Всего (часов)	контактн. работа		Самостоятельная работа студентов	
			лекции	практические занятия			лекции	практические занятия		
1.	Тема 1. Классификация событий. Основные теоремы	21	2	3	16	21,5	0,5	1	20	
2.	Тема 2. Повторные независимые испытания	18	1	3	14	20,5	0,5	1	19	
3.	Тема 3. Дискретные случайные величины	18	1	3	14	20,5	0,5	1	19	
4.	Тема 4. Непрерывные случайные величины. Нормальный закон распределения	18	1	3	14	20,5	0,5	1	19	
5.	Тема 5. Двумерные (n- мерные) случайные величины	18	1	3	14	20,5	0,5	1	19	
6.	Тема 6. Закон больших чисел	19	1	3	15	20,5	0,5	1	19	
7.	Тема 7. Вариационные ряды	18	1	3	14	20,5	0,5	1	19	
8.	Тема 8. Основы выборочного метода	19	2	3	14	20,5	0,5	1	19	

9.	Тема 9. Элементы проверки статистических гипотез	19	2	3	14	21	1	1	19	
10.	Тема 10. Элементы теории корреляции	21	2	3	16	21	1	1	19	
11.	Экзамен	27				9				
	Итого по дисциплине	216	14	30	145	216	6	10	191	УК-1, ОПК- 2

4.2. Содержание дисциплины

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» включает следующие виды взаимосвязанной работы:

контактная работа (лекционные, практические занятия, контроль самостоятельной работы);

самостоятельная работа студентов по изучению курса с использованием учебников, учебных пособий, электронных образовательных ресурсов, консультаций с ведущими дисциплину преподавателями;

подготовка и сдача экзамена.

РАЗДЕЛ I. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Тема 1. Классификация событий. Основные теоремы

Случайные события. Полная группа событий. Классическое и статистическое определение вероятности. Свойства вероятности события. Элементы комбинаторики. Непосредственный подсчет вероятности. Сумма и произведение событий. Теорема сложения вероятностей и ее следствия. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Формулы полной вероятности и Байеса.

Тема 2. Повторные независимые испытания

Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Многоугольник распределения вероятностей. Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения. Локальная теорема Муавра—Лапласа. Функция $f(x)$, ее свойства и график. Интегральная теорема Муавра—Лапласа и ее следствия. Функция $\Phi(x)$ Лапласа и ее свойства.

Тема 3. Дискретные случайные величины

Понятие случайной величины и ее описание. Виды случайных величин. Дискретная случайная величина и ее закон (ряд) распределения; основное свойство закона распределения. Арифметические операции над случайными величинами. Биномиальный закон распределения и закон Пуассона. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия: а) случайной величины, распределенной по биномиальному закону и закону Пуассона; б) частоты события в n независимых повторных испытаниях.

Тема 4. Непрерывные случайные величины. Нормальный закон распределения

Функция распределения случайной величины, ее свойства и график. Определение непрерывной случайной величины. Вероятность отдельно взятого значения непрерывной случайной величины. Плотность вероятности, ее свойства и график. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Определение нормального

закона распределения; теоретико-вероятностный смысл его параметров. Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров. Функция распределения нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа. Формулы для определения вероятности: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания. Правило «трех сигм». Понятие о центральной предельной теореме (теореме Ляпунова).

Тема 5. Двумерные (n-мерные) случайные величины

Понятие двумерной (n-мерной) случайной величины. Одномерные распределения ее составляющих. Условные распределения. Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Двумерное нормальное распределение. Условные математическое ожидание и дисперсия.

Тема 6. Закон больших чисел

Сущность закона больших чисел. Значение теорем закона больших чисел для математической статистики. Лемма Чебышева (неравенство Маркова). Неравенство Чебышева и его частные случаи: а) для средней арифметической случайных величин; б) для случайной величины, распределенной по биномиальному закону; в) для частоты события. Теорема Чебышева и ее следствие. Теорема Бернулли.

РАЗДЕЛ 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Тема 7. Вариационные ряды

Вариационный ряд как результат первичной обработки данных наблюдений. Дискретный и интервальный ряды. Средняя арифметическая и дисперсия вариационного ряда. Упрощенный способ их вычисления.

Тема 8. Основы выборочного метода

Сплошное и выборочное наблюдения. Генеральная и выборочная совокупности. Собственно-случайная выборка с повторным и бесповторным отбором членов. Репрезентативная выборка. Понятие об оценке параметров генеральной совокупности, свойства оценок: несмещенность, состоятельность и эффективность. Оценка генеральных доли и средней по собственно-случайной выборке. Несмещенность и состоятельность выборочных доли и средней. Смещенность и состоятельность выборочной дисперсии как оценки генеральной дисперсии. Интервальная оценка параметров. Доверительная вероятность, надежность оценки и предельная ошибка выборки. Формулы доверительных вероятностей для средней и доли. Объем выборки.

Тема 9. Элементы проверки статистических гипотез

Статистическая гипотеза и статистический критерий. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости и мощность критерия. Принцип практической уверенности. Оценка параметров законов распределения по выборочным данным. Понятие о критериях согласия. χ^2 - критерий Пирсона и схема его применения.

Тема 10. Элементы теории корреляции

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Уравнения регрессии, корреляционная таблица. Групповые средние. Основные задачи теории корреляции: определение формы и оценка тесноты связи. Линейная парная регрессия. Определение параметров прямых регрессий методом наименьших квадратов. Выборочная ковариация. Формулы расчета коэффициентов регрессии. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства и оценка достоверности (значимости). Понятие о нелинейной и множественной корреляции.

5. Образовательные технологии

Преподаватели имеют право выбирать методы и средства обучения, наиболее полно отвечающие их индивидуальным особенностям и обеспечивающие высокое качество усвоения студентами учебного материала.

Цель лекционных занятий – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы.

Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;

логичность, четкость и ясность в изложении материала;

возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;

опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;

тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Цель практических занятий – закрепить отдельные аспекты проблемы в дополнение к лекционному материалу, обучить студентов грамотно и аргументировано излагать свои мысли. Практические занятия предназначены для выработки практических умений и приобретения навыков в решении задач, производстве расчетов, разработке и оформлении документов.

На практических занятиях приветствуются домашние заготовки в виде статистических данных, рисунков, картосхем, материала по теме выступления.

Самостоятельная работа студентов имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, поиск и приобретение новых знаний, в том числе с использованием компьютерных обучающих программ, а также выполнение заданий, тестов, подготовку к промежуточной аттестации.

Основной целью самостоятельной работы студентов является обучение навыкам работы с научно-теоретической литературой и практическими материалами, которые необходимы для углубленного изучения дисциплины.

Самостоятельная работа проводится для того, чтобы студент умел самостоятельно изучать, анализировать, перерабатывать и излагать изученный материал. В условиях заочного обучения студенту необходимо закрепить знания, умения и навыки, полученные в ходе аудиторных занятий (лекций, практики). Это актуализирует процесс образования и наполняет его осознанным стремлением к профессионализму.

Самостоятельная работа студента должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.

Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале изучения дисциплины, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателями, при этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на практических занятиях, проверка выполнения практических заданий.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. Самостоятельная работа студентов

Цель данного вида работы студента в условиях заочного вуза — закрепить знания, умения и навыки, полученные в ходе аудиторных занятий. Это актуализирует процесс образования и наполняет его осознанным стремлением к профессионализму.

Темы самостоятельной работы частично повторяют лекционную тематику, а сам характер ее предусматривает самостоятельную работу студента по всем темам дисциплины, включая изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной в данной программе, а также изучение статей экономической периодики, работу с электронными учебными ресурсами, подготовку к практическим занятиям, подготовку выполнения контрольной работы, подготовку к экзамену. Кроме того, предусматривается активное использование студентом индивидуальных консультаций с ведущим преподавателем, который помогает в этой работе и контролирует ее результаты.

* Примечание:

а) Для обучающихся по индивидуальному учебному плану - учебному плану, обеспечивающему освоение соответствующей образовательной программы на основе индивидуализации ее содержания с учетом особенностей и образовательных потребностей конкретного обучающегося, в том числе при ускоренном обучении:

При разработке образовательной программы высшего образования в части рабочей программы дисциплины согласно требованиям действующему законодательству объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся образовательная организация устанавливает в соответствии с утвержденным индивидуальным учебным планом при освоении образовательной программы обучающимся, который имеет среднее профессиональное или высшее образование, и (или) обучается по образовательной программе высшего образования, и (или) имеет способности и (или) уровень развития, позволяющие освоить образовательную программу в более короткий срок по сравнению со сроком получения высшего образования по образовательной программе, установленным Институтом в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ускоренное обучение такого обучающегося по индивидуальному учебному плану в порядке, установленном соответствующим локальным нормативным актом образовательной организации).

б) Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов:

При разработке адаптированной образовательной программы высшего образования, а для инвалидов - индивидуальной программы реабилитации инвалида в соответствии с действующим законодательством, образовательная организация устанавливает конкретное содержание рабочих программ дисциплин и условия организации и проведения конкретных видов учебных занятий, составляющих контактную работу обучающихся с преподавателем и самостоятельную работу

обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (инвалидов) (при наличии факта зачисления таких обучающихся с учетом конкретных нозологий).

в) Для лиц, зачисленных для продолжения обучения в соответствии с действующим законодательством в отношении Республики Крым и города федерального значения Севастополя, объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся образовательная организация устанавливает в соответствии с утвержденным индивидуальным учебным планом при освоении образовательной программы обучающимися, зачисленными для продолжения обучения в соответствии с действующим законодательством, в течение установленного срока освоения основной профессиональной образовательной программы высшего образования с учетом курса, на который они зачислены (указанный срок может быть увеличен не более чем на один год по решению Института, принятому на основании заявления обучающегося).

г) Для лиц, осваивающих образовательную программу в форме самообразования (если образовательным стандартом допускается получение высшего образования по соответствующей образовательной программе в форме самообразования), а также лиц, обучавшихся по не имеющей государственной аккредитации образовательной программе:

При разработке образовательной программы высшего образования, в соответствии с действующим законодательством, объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся образовательная организация устанавливает в соответствии с утвержденным индивидуальным учебным планом при освоении образовательной программы обучающегося, зачисленного в качестве экстерна для прохождения промежуточной и (или) государственной итоговой аттестации в Институте по соответствующей имеющей государственную аккредитацию образовательной программе в порядке, установленном соответствующим локальным нормативным актом образовательной организации.

6.2. Контроль самостоятельной работы

Учебным планом по дисциплине предусмотрена одна контрольная работа, которая проводится в форме тестирования по всем темам дисциплины.

6.3. Система оценки знаний студентов

6.3.1. Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости предназначен для проверки хода и качества усвоения учебного материала, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики проведения занятий.

Результаты текущего контроля успеваемости используются преподавателем при оценке знаний в ходе проведения промежуточной аттестации.

В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в Автономной некоммерческой организации высшего образования «Институт экономики и управления» результаты текущего контроля успеваемости студента оцениваются преподавателем в размере до 70 баллов.

Оценка текущего контроля успеваемости

№ п/п	Вид контроля	Количество баллов
1.	Контактная работа	до 30
2.	Контроль самостоятельной работы	до 20
3.	Самостоятельная работа студентов	до 20

6.3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме экзамена.

В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в Автономной некоммерческой организации высшего образования «Институт экономики и управления» результаты промежуточной аттестации оцениваются преподавателем в размере до 30 баллов.

Итоговый результат промежуточной аттестации оценивается преподавателем в размере до 100 баллов, в том числе:

70 баллов – как результат текущей аттестации;

30 баллов – как результат промежуточной аттестации.

Знания, умения и навыки студентов определяются следующими оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Соответствие баллов традиционной системе оценки при проведении промежуточной аттестации представлено в таблице.

Итоговая оценка промежуточной аттестации

№ п/п	Оценки	Количество баллов
Экзамен		
1.	Отлично	81 – 100
2.	Хорошо	61 – 80
3.	Удовлетворительно	41 – 60
4.	Неудовлетворительно	менее 41

Критерии оценивания компетенций формируются на основе балльно-рейтинговой системы с помощью всего комплекса методических материалов, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих данный этап формирования компетенций (пункт 6.3.3).

Оценка «отлично» предполагает наличие глубоких исчерпывающих знаний по всему курсу. Студент должен не только понимать сущность исследуемых понятий, но выстраивать взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. В процессе семинарских занятий и экзамена, должны быть даны логически связанные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все поставленные вопросы. При этом студент должен активно использовать в ответах на вопросы материалы рекомендованной литературы.

Оценка «хорошо» свидетельствует о твердых и достаточно полных знаниях всего материала курса, понимание сути и взаимосвязей между рассматриваемых процессов и явлений. Последовательные, правильные, конкретные ответы на основные вопросы. Использование в ответах отдельных материалов рекомендованной литературы.

Оценка «удовлетворительно» - знание и понимание основных вопросов программы. Правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на основную часть вопросов экзамена. Наличие отдельных ошибок в обосновании ответов. Некоторое использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной литературы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6.3.3. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

В соответствии с требованиями действующего Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям соответствующей программы (текущая и промежуточная аттестация) созданы фонды оценочных средств, включающие типовые задания, контрольные работы, тесты и методы контроля, позволяющие оценить знания, умения и уровень приобретенных компетенций. Фонды оценочных средств утверждены первым проректором.

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) по учебной дисциплине сформирован на ключевых принципах оценивания:

- валидности (объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения);
- надежности (использование единообразных стандартов и критериев для оценивания достижений);
- справедливости (разные обучающиеся должны иметь равные возможности добиться успеха);
- своевременности (поддержание развивающей обратной связи);
- эффективности (соответствие результатов деятельности поставленным задачам).

Перечень вопросов к экзамену

1. Классификация случайных событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности события, непосредственный подсчет вероятности. Примеры.
2. Понятие двумерной (n -мерной) случайной величины. Примеры. Таблица ее распределения. Одномерные распределения ее составляющих. Условные распределения и их нахождение по таблице распределения.
3. Статистическое определение вероятности события и условия его применимости. Пример.
4. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин. Связь между некоррелированностью и независимостью случайных величин.
5. Несовместные и совместные события. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей (с доказательством). Пример.

6. Понятие о двумерном нормальном законе распределения. Условные математические ожидания и дисперсии.
7. Полная группа событий. Противоположные события. Соотношение между вероятностями противоположных событий (с выводом). Примеры.
8. Неравенство Маркова (лемма Чебышева) (с выводом). Пример.
9. Зависимые и независимые события. Произведение событий. Понятие условной вероятности. Теорема умножения вероятностей (с доказательством). Примеры.
10. Неравенство Чебышева (с выводом) и его частные случаи для случайной величины, распределенной по биномиальному закону, и для частности события.
11. Формулы полной вероятности и Байеса (с доказательством). Примеры.
12. Неравенство Чебышева для средней арифметической случайных величин (с выводом).
13. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли (с выводом). Примеры.
14. Теорема Чебышева (с доказательством), ее значение и следствие. Пример.
15. Локальная теорема Муавра—Лапласа, условия ее применимости. Свойства функции $f(x)$. Пример.
16. Закон больших чисел. Теорема Бернулли (с доказательством) и ее значение. Пример.
17. Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применимости.
18. Вариационный ряд, его разновидности. Средняя арифметическая и дисперсия ряда. Упрощенный способ их расчета.
19. Интегральная теорема Муавра—Лапласа и условия ее применимости. Функция Лапласа $\Phi(x)$ и ее свойства. Пример.
20. Генеральная и выборочная совокупности. Принцип образования выборки. Собственно-случайная выборка с повторным и бесповторным отбором членов. Репрезентативная выборка. Основная задача выборочного метода.
21. Следствия из интегральной теоремы Муавра—Лапласа (с выводом). Примеры.
22. Понятие об оценке параметров генеральной совокупности. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность.
23. Понятие случайной величины и ее описание. Дискретная случайная величина и ее закон (ряд) распределения. Независимые случайные величины. Примеры.
24. Оценка генеральной доли по собственно-случайной выборке. Несмещенность и состоятельность выборочной доли.
25. Математические операции над дискретными случайными величинами и примеры Построения законов распределения для kX , X^2 , $X+Y$, XY по заданным распределениям независимых случайных величин X и Y .
26. Оценка генеральной средней по собственно-случайной выборке. Несмещенность и состоятельность выборочной средней.
27. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства (с выводом). Примеры.
28. Оценка генеральной дисперсии по собственно-случайной выборке. Смещенность и состоятельность выборочной дисперсии (без вывода). Исправленная выборочная дисперсия.
29. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства (с выводом). Примеры.
30. Понятие об интервальном оценивании. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Предельная ошибка выборки. Ошибки репрезентативности выборки (случайные и систематические).
31. Математическое ожидание и дисперсия числа и частоты наступлений события в n повторных независимых испытаниях (с выводом).
32. Формула доверительной вероятности при оценке генеральной доли признака. Средняя квадратическая ошибка повторной и бесповторной выборок и построение доверительного интервала для генеральной доли признака.
33. Случайная величина, распределенная по биномиальному закону, ее математическое ожидание и дисперсия. Закон распределения Пуассона.

34. Формула доверительной вероятности при оценке генеральной средней. Средняя квадратическая ошибка повторной и бесповторной выборок и построение доверительного интервала для генеральной средней.
35. Функция распределения случайной величины, ее определение, свойства и график.
36. Определение необходимого объема повторной и бесповторной выборок при оценке генеральной средней и доли.
37. Непрерывная случайная величина (НСВ). Вероятность отдельно взятого значения НСВ. Математическое ожидание и дисперсия НСВ.
38. Статистическая гипотеза и статистический критерий. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости и мощность критерия. Принцип практической уверенности.
39. Плотность вероятности непрерывной случайной величины, ее определение, свойства и график.
40. Построение теоретического закона распределения по опытным данным. Понятие о критериях согласия.
41. Определение нормального закона распределения. Теоретико-вероятностный смысл его параметров. Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров.
42. Критерий согласия χ^2 - Пирсона и схема его применения.
43. Функция распределения нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа.
44. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Различия между ними. Основные задачи теории корреляции.
45. Формулы для определения вероятности: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) ее отклонения от математического ожидания. Правило трех сигм.
46. Линейная парная регрессия. Система нормальных уравнений для определения параметров прямых регрессии. Выборочная ковариация. Формулы для расчета коэффициентов регрессии.
47. Центральная предельная теорема. Понятие о теореме Ляпунова и ее значение. Пример.
48. Оценка тесноты связи. Коэффициент корреляции (выборочный), его свойства и оценка достоверности.

Типовые тестовые задания

1. Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков – семь, а разность – три, равна ...

$$\frac{1}{18} \text{ - правильно}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{7}{36}$$

$$0$$

2. В круг радиуса 8 помещен меньший круг радиуса 5. Тогда вероятность того, что точка, наудачу брошенная в больший круг, попадет также и в меньший круг, равна ...

$$\frac{25}{64} \text{ - правильно}$$

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{39}{64}$$

$$\frac{3}{8}$$

3. В партии из 12 деталей имеется 5 бракованных. Наудачу отобраны три детали. Тогда вероятность того, что среди отобранных деталей нет годных, равна ...

$$\frac{1}{22}$$

- правильно

$$\frac{7}{44}$$

$$\frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{5}$$

4. Банк выдает 40% всех кредитов юридическим лицам, а 60% – физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,1; а для физического лица эта вероятность составляет 0,05. Получено сообщение о невозврате кредита. Тогда вероятность того, что этот кредит не погасило физическое лицо, равна ...

$$\frac{3}{7}$$

- правильно

$$\frac{4}{7}$$

0,07

0,05

5. Банк выдает 35% всех кредитов юридическим лицам, а 65% – физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,15; а для физического лица эта вероятность составляет 0,1. Тогда вероятность непогашения в срок очередного кредита равна ...

0,1175

0,125

0,8825

0,1275

6. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	1	2	3	4	5
p	0,15	a	b	0,1	0,2

Тогда значения a и b могут быть равны ...

$a = 0,35$, $b = 0,2$ - правильно

$$a = 0,25, \quad b = 0,2$$

$$a = 0,35, \quad b = 0,15$$

$$a = 0,35, \quad b = 0,3$$

7. Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Тогда вероятность того, что в срок не будут погашены три кредита, равна ...

$$0,0081$$

$$0,081$$

$$0,06$$

$$0,0729$$

8. Среднее число заявок, поступающих на предприятие бытового обслуживания за 1 час равно пяти. Тогда вероятность того, что за два часа поступит восемь заявок, можно вычислить как ...

$$\frac{10^8}{8!} e^{-10}$$

- правильно

$$\frac{5^8}{8!} e^{-5}$$

$$\frac{8^{10}}{10!} e^{-8}$$

$$\frac{e^{-10}}{8!}$$

9. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда ее дисперсия равна ...

$$\frac{25}{18}$$

- правильно

$$\frac{55}{6}$$

$$\frac{25}{2}$$

$$\frac{445}{18}$$

10. Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения вероятностей:

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash \\ X \end{array}$	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 3$	$x_4 = 4$
$y_1 = -1$	0,05	0,25	0,10	0,05
$y_2 = 1$	0,15	0,05	0,05	0,30

Тогда вероятность $P(2 \leq X \leq 4)$ равна ...

0,80 - правильно

0,45

0,50

0,70

Примеры заданий контрольной работы

Вариант 1

Задача 1. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Первый стрелок попадает в цель с вероятностью 0,6, второй- с вероятностью 0,7, а третий- с вероятностью 0,75. Найти вероятность хотя бы одного попадания в цель, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу.

Задача 2. Груз может быть отправлен заказчику самолетом, поездом или автомобилем. Все варианты равновероятны. Вероятность доставки груза к намеченному сроку равна соответственно 0,99, 0,98, 0,9.

1) Найти вероятность доставки груза к намеченному сроку.

2) Известно, что груз был доставлен заказчику в срок. Найти вероятность того, что он был отправлен поездом.

Вариант 2

Задача 1. Вероятность того, что деталь не проверялась ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется от 70 до 100 деталей, не проверенных ОТК.

Задача 2. Баскетболист попадает в корзину с вероятностью 0,7. Составить закон распределения числа попаданий, если выполнено 4 броска. Построить график функции распределения этой случайной величины.

Вариант 3

Задача 1. Среднее значение длины детали равно 50 см. Пользуясь леммой Чебышева (неравенством Маркова), оценить вероятность того, что случайно взятая деталь окажется по длине: а) более 49,5 см; б) не более 50,5 см.

Задача 2. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3 & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Найти:

- а) плотность вероятности случайной величины X ;
- б) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;
- в) вероятность $P(0 < X < 1)$;
- г) построить графики функции распределения и плотности вероятности случайной величины X .

Вариант 4

Задача 1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки отобрано 120 предприятий из 1000. Результаты обследования роста их валовой продукции приведены в таблице:

Валовая продукция в отчетном году	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	Итого
Число предприятий	8	15	35	29	18	15	120

Найти: а) с вероятностью 0,874 границы для среднего процента роста валовой продукции всех предприятий; б) вероятность того, что выборочная доля предприятий, рост валовой продукции которых составил не менее 50%, отличается от доли таких предприятий в генеральной совокупности, не более чем на 0,1 (по абсолютной величине); объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего процента роста валовой продукции (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,9973.

Задача 2. По данным задачи 1, используя χ^2 -критерий Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – валовая продукция – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

Вариант 5

Задача 1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки отобрано 120 предприятий из 1000. Результаты обследования роста их валовой продукции приведены в таблице:

Валовая продукция в отчетном году	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	Итого
Число предприятий	8	15	35	29	18	15	120

Найти: а) с вероятностью 0,874 границы для среднего процента роста валовой продукции всех предприятий; б) вероятность того, что выборочная средняя предприятий, рост валовой продукции которых составил не менее 50%, отличается от средней таких предприятий в генеральной совокупности, не более чем на 0,1 (по абсолютной величине); объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего процента роста валовой продукции (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,9973.

Задача 2. По данным задачи 1, используя χ^2 -критерий Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – валовая продукция – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература:

1. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник/ Балдин К.В., Башлыков В.Н., Рукосуев А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2016.— 472 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62453.html>
2. Шапкин А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс] : учебное пособие для бакалавров / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - Электрон. текстовые данные. - М.: Дашков и К, 2015. - 432 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5103.html>

б) Дополнительная литература:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / В.Е. Гмурман. – М.: Юрайт, 2013. – 478 с.
2. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник для вузов/ Колемаев В.А., Калинина В.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 352 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71075.html>
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум / Н.Ш. Кремер. – М.: ЮРАЙТ, 2016. – 514 с. – Серия: Бакалавр.

8. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы и программное обеспечение

Лицензионное программное обеспечение

- 1) Microsoft Windows xp Лицензия № 61327464 от 31.12.2014
- 2) Microsoft Windows 8.1 Лицензия № 61327464 от 31.12.2014
- 3) Microsoft Windows 10 Лицензия № 61327464 от 31.12.2014
- 4) 1с Бухгалтерия 7.7 версия для обучения лицензия № 20050301/03 от 01.03.2005
- 5) Apache OpenOffice 4.1.9 Лицензия LGPL и PDL
- 6) Libre Office 7.1.0 Лицензия Mozilla Public License Version 2.0
- 7) Платформа moodle для тестирования и портфолио - Лицензия GNU GPL, GNU GPL 3+
- 8) ОС Ubuntu Desktop 20.04 - Лицензия GNU GPL
- 9) CalmWin Antivirus - Лицензия GNU GPL
- 10) Moon Secure - Лицензия GNU GPL

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Обновлен состав профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

- 1) информационно-правовая система Консультант Плюс Максимальная Договор № бн от 09.01.2020
- 2) официальный интернет-портал правовой информации. URL: <http://pravo.gov.ru>;
- 3) портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования. URL: <http://fgosvo.ru>;
- 4) портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании». URL: <http://www.ict.edu.ru>.
- 5) ЭБС IPRbooks Лицензионный договор от 26.08.2020 №7031/20

Бесплатно распространяемое программное обеспечение:

- 1) средство для просмотра графических изображений IrfanView,
URL: <http://www.irfanview.com>;
- 2) средство для просмотра PDF-файлов Adobe Acrobat Reader DC,
URL: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat.html>;
- 3) средство для воспроизведения мультимедиа-файлов KMPlayer,
URL: <http://www.kmplayer.com>.

9. Перечень ресурсов сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Методическая служба издательства «Бином. Лаборатория знаний» – URL: <http://metodist.lbz.ru/iumk/mathematics/er.php>
2. Научная электронная библиотека – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. Научная библиотека открытого доступа «Киберленинка». Раздел «Математика» – URL: <http://cyberleninka.ru/article/c/matematika>
4. Поисковая система «Академия Google» – URL: <https://scholar.google.ru/>
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – URL: <http://fcior.edu.ru/>
6. Электронный ресурс по математическим дисциплинам – URL: <http://pstu.ru/title1/sources/mat/>

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

10.1. Институт располагает учебными аудиториями для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

10.2. Для проведения занятий лекционного типа по дисциплине обучающимся предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, которые обеспечивают тематические иллюстрации.

10.3. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Института.

Электронная информационно-образовательная среда Института, в течение всего периода обучения каждого обучающегося обеспечивает:

- индивидуальным неограниченным доступом к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочих программах;
- фиксацией хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения программы бакалавриата;
- проведением всех видов занятий, процедур оценки результатов обучения, реализация которых предусмотрена с применением электронного обучения;
- формированием электронного портфолио обучающегося;
- взаимодействием между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и (или) асинхронное взаимодействия посредством сети "Интернет".

Функционирование электронной информационно-образовательной среды обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных

технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование электронной информационно-образовательной среды соответствует законодательству Российской Федерации.

Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (при наличии).

1) Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется на основе образовательных программ, адаптированных при необходимости для обучения указанных обучающихся.

2) Обучение по образовательным программам инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется организацией с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

3) Образовательными организациями высшего образования должны быть созданы специальные условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Под специальными условиями для получения высшего образования по образовательным программам обучающимися с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения таких обучающихся, включающие в себя использование специальных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания организаций и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья организацией обеспечивается:

- 1) для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:
 - наличие альтернативной версии официального сайта организации в сети "Интернет" для слабовидящих;
 - размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме (с учетом их особых потребностей) справочной информации о расписании учебных занятий (информация должна быть выполнена крупным рельефно-контрастным шрифтом (на белом или желтом фоне) и продублирована шрифтом Брайля);
 - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;
 - обеспечение выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);
 - обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-поводыря, к зданию организации;
- 2) для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:
 - дублирование звуковой справочной информации о расписании учебных занятий визуальной (установка мониторов с возможностью трансляции субтитров (мониторы, их размеры и количество необходимо определять с учетом размеров помещения);
 - обеспечение надлежащими звуковыми средствами воспроизведения информации;
- 3) для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в

указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов, лифтов, локальное понижение стоек-барьеров; наличие специальных кресел и других приспособлений).

Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.